

宿城第一初级中学 2024—2025 学年度第一学期期末九年级数学测试

试卷满分为 150 分，考试时间为 120 分钟

一、选择题(本大题共 10 小题，每小题 4 分，满分 40 分)

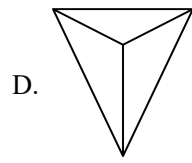
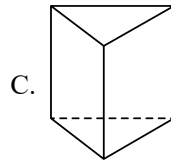
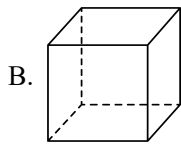
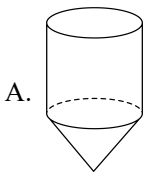
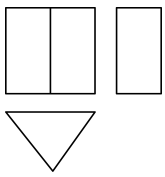
1. 方程 $x^2 = 4x$ 的解是 ()

- A. $x = 4$ B. $x_1 = 0, x_2 = 4$ C. $x = 0$ D. $x_1 = 2, x_2 = -2$

2. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\cos B = \frac{2}{3}$ ，那么 $\cos A =$ ()

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{3}$

3. 如图是从三个方向看一个几何体所得到的形状图，则这个几何体是 ()



4. 在一个不透明的盒子中装有 30 个白、黄两种颜色的乒乓球，这些乒乓球除颜色外都相同。班长进行了多次的摸球试验，发现摸到黄色乒乓球的频率稳定在 0.3 左右，则盒子中的白色乒乓球的个数可能是 ()

- A. 21 个 B. 15 个 C. 12 个 D. 9 个

5. 若关于 x 的一元二次方程 $3x^2 - 6x + n = 0$ 无实数根，则反比例函数 $y = \frac{n-3}{x}$ 的图象所在的象限分别位于 ()

- A. 第一、二象限 B. 第二、四象限 C. 第一、三象限 D. 第三、四象限

6. 已知点 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 在二次函数 $y = -x^2 + 2x + 4$ 的图象上。若 $x_1 < x_2 < 1$ ，则 y_1 与 y_2 的大小关系是 ()

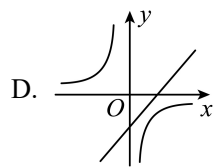
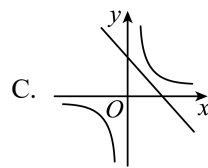
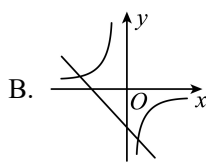
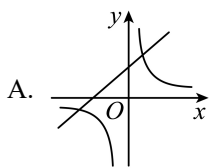
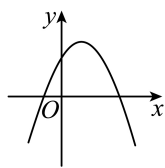
- A. $y_1 \geq y_2$ B. $y_1 = y_2$ C. $y_1 > y_2$ D. $y_1 < y_2$

7. 设 m 、 n 分别为一元二次方程 $x^2 + 3x - 7 = 0$ 的两个实数根，则 $2mn - m - n =$ ()

- A. -10 B. -11 C. 10 D. 11

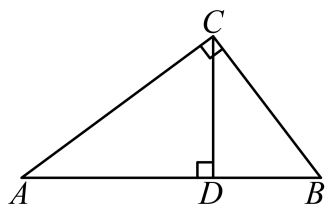
8. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示，则反比例函数 $y = \frac{c}{x}$ 与一次函数 $y = ax + b$ 在同一坐标系内的图象大致

是 ()

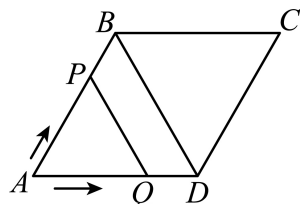


9. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CD \perp AB$ ，垂足为 D ，若 $CD = 3$ ， $\sin A = \frac{3}{5}$ ，则 BC 的长为 ()

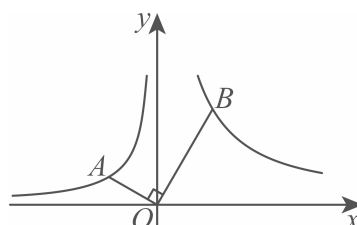
- A. $\frac{12}{5}$ B. $\frac{15}{4}$ C. 4 D. $\frac{20}{3}$



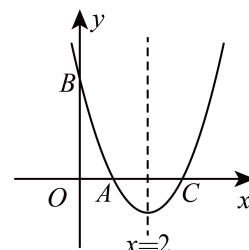
第 9 题



第 10 题

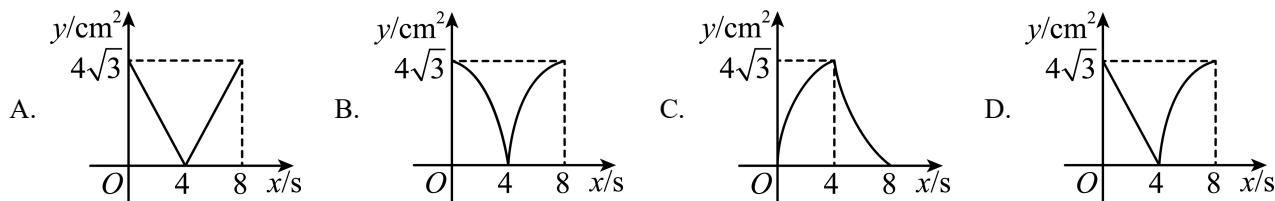


第 12 题



第 13 题

10. 如图菱形 $ABCD$ 的边长为 4cm ， $\angle A = 60^\circ$ ，动点 P, Q 同时从点 A 出发，都以 1cm/s 的速度分别沿 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 和 $A \rightarrow D \rightarrow C$ 的路径向点 C 运动，设运动时间为 x （单位： s ），四边形 $PBDQ$ 的面积为 y （单位： cm^2 ），则 y 与 x （ $0 \leq x \leq 8$ ）之间的函数关系可用图象表示为（ ）



二、填空题(本大题共 4 小题，每小题 5 分，满分 20 分)

11. 将抛物线 $y = 3x^2$ 先向右平移 2 个单位长度，再向上平移 3 个单位长度，所得对应抛物线的函数表达式为_____.

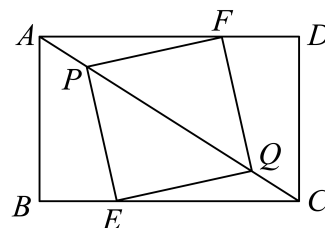
12. 如图，点 A 为反比例函数 $y = -\frac{1}{x}$ ($x < 0$) 图象上的一点，连接 AO ，过点 O 作 OA 的垂线与反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ ($x > 0$) 图象交于点 B ，则 $\frac{AO}{BO} =$ _____.

13. 如图，抛物线 $y = x^2 - bx + c$ 交 x 轴于点 $A(1, 0)$ ，交 y 轴于点 B ，对称轴是直线 $x = 2$ ，点 P 是抛物线对称轴上的一个动点，当 $\triangle PAB$ 的周长最小时点 P 的坐标为_____.

14. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， P, Q 为对角线 AC 上两点，以 PQ 为对角线的正方形 $EQFP$ 的顶点 E, F 分别在 AD, BC 边上.

(1) 若 $AB = 6$ ， $BC = 8$ ，则 $PQ =$ _____;

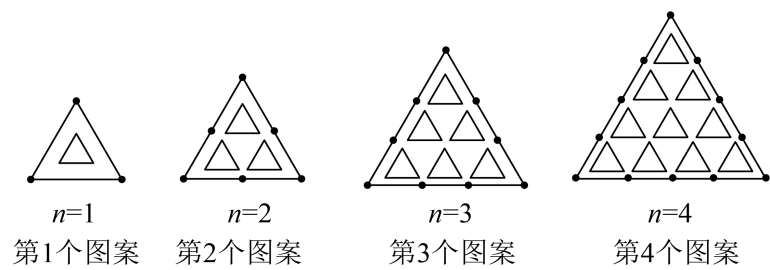
(2) 若 $AD = nAB$ ，则 $\frac{AP}{PF}$ 的值为_____。（用含 n 的代数式表示）



三、(本大题共 2 小题，每小题 8 分，满分 16 分)

15. 计算： $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} + 2\sin 45^\circ - |\sqrt{2} - 2| - \sqrt{4}$.

16. 【观察思考】



【规律发现】请用含 n 的式子填空：

(1) 第 n 个图案中，“•”的个数为_____，“ $\triangle$ ”的个数可表示为_____.

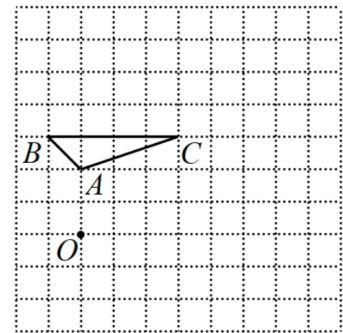
【规律应用】

(2) 按上述规律，问第几个图案中，“ $\triangle$ ”的个数是“•”的个数的 3 倍.

四、(本大题共 2 小题，每小题 8 分，满分 16 分)

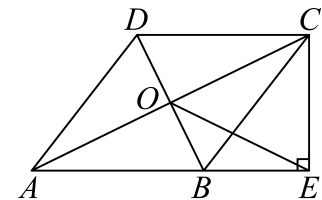
17. 如图，在每个小正方形的边长为 1 个单位的网格中， $\triangle ABC$ 的顶点均在格点（网格线的交点）上，点 O 是格点.

- (1) 以点 O 为位似中心，画出 $\triangle ABC$ 的位似图形 $\triangle A_1B_1C_1$ ，使 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 在点 O 的同侧， $\triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle ABC$ 的位似比为 2: 1；
- (2) 将 (1) 中的 $\triangle A_1B_1C_1$ 绕点 C_1 逆时针旋转 90° 得到 $\triangle A_2B_2C_1$ ，画出 $\triangle A_2B_2C_1$.



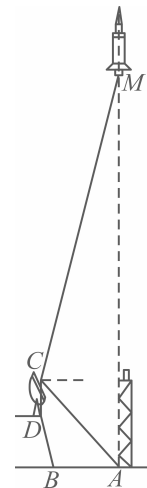
18. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $CD = BC$ ，对角线 AC ， BD 交于点 O ， AC 平分 $\angle BCD$.

- (1) 求证：四边形 $ABCD$ 是菱形；
- (2) 过点 C 作 $CE \perp AB$ ，交 AB 的延长线于点 E ，连接 OE . 若 $OE = 8$ ， $BD = 12$ ，求 BC 的长.

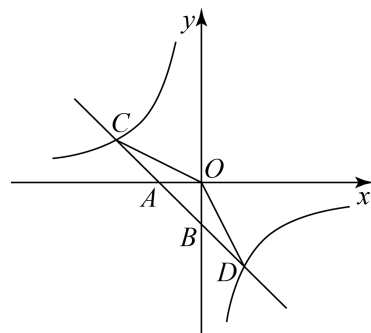


五、(本大题共 2 小题，每小题 10 分，满分 20 分)

19. 2025 年 4 月 24 日 17 时 17 分 28 秒，神舟二十号载人飞船发射成功标志着中国航天开启“太空工业革命”，图，在斜坡 BD 上有一瞭望台，斜坡 BD 的坡度为 1:0.75，坡长 BD 为 50 米，雷达 CD 的高度为 10 米，火箭发射，雷达中心 C 测得火箭底端 A 点的俯角为 14° ，仅 2 秒的时间，测得火箭上升至的 M 处的仰角为 76° ，请根据以上数据估算火箭发射时速度.（结果保留整数，参考数据： $\sin 14^\circ \approx 0.24$ ， $\cos 14^\circ \approx 0.96$ ， $\tan 14^\circ \approx 0.25$ ）



20. 如图, 已知一次函数 $y_1 = k_1x + b$ 的图象与 x 轴、 y 轴分别交于 A 、 B 两点, 与反比例函数 $y_2 = \frac{k_2}{x}$ 的图象分别交于 C 、 D 两点, 点 $D(2, -4)$, 点 B 是线段 AD 的中点.



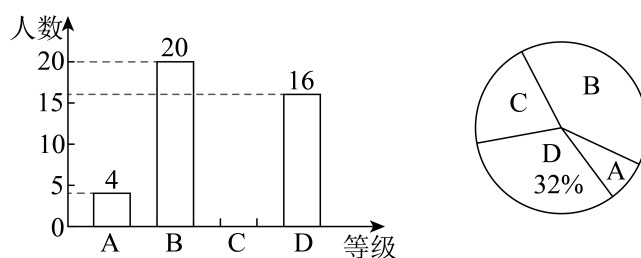
- (1) 求一次函数 $y_1 = k_1x + b$ 与反比例函数 $y_2 = \frac{k_2}{x}$ 的解析式;
- (2) 求 $\triangle COD$ 的面积;
- (3) 直接写出 $y_1 > y_2$ 时自变量 x 的取值范围.

六、(本题满分 12 分)

21. 某校为了预防“校园欺凌”, 对本校的所有学生进行校园安全教育, 并对学生进行了安全教育测试(满分 100 分), 将成绩得分用 x 表示, 根据得分将成绩分为 A. $90 \leq x \leq 100$; B. $80 \leq x < 90$; C. $70 \leq x < 80$; D. $60 \leq x < 70$ 四个等级. 现选取部分学生的测试成绩, 并绘制了如下尚不完整的统计图.

请根据统计图中的信息, 解答下列问题.

- (1) 共选取了_____名学生; 在扇形统计图中, B 等级所对应扇形圆心角的度数为_____, 并补全条形统计图.



- (2) 若该校共有 2000 名学生, 请估计成绩位于 D 等级的学生人数.
- (3) 若成绩位于 A 等级的 4 名学生中有 1 名来自七年级, 其余 3 名来自九年级, 现从这 4 名同学中任选 2 人, 求其中一名是七年级学生, 另一名是九年级学生的概率.

七、(本题满分 12 分)

22. 如图 1, 四边形 $ABCD$ 是正方形, 点 E 在边 BC 的延长线上, 点 F 在边 AB 上, 且 $AF = CE$, 连接 EF 交 DC 于点 P , 连接 AC 交 EF 于 Q , 连接 DE 、 DF .

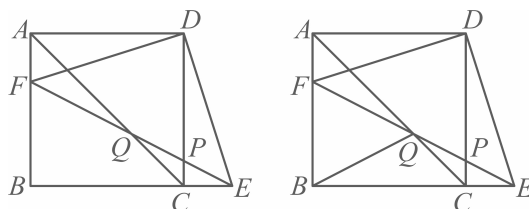


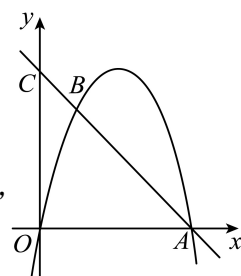
图1

图2

- (1) 求证: $EQ = FQ$;
- (2) 如图 2, 连接 BQ , 若 $AQ \cdot DP = 5\sqrt{2}$, 求 BQ 的长.

八、(本题满分 14 分)

23. 如图, 在平面直角坐标系中, 二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图像经过原点和点 $A(4, 0)$. 经过点 A 的直线与该二次函数图象交于点 $B(1, 3)$, 与 y 轴交于点 C .



- (1) 求二次函数的解析式及点 C 的坐标;
- (2) 点 P 是二次函数图象上的一个动点, 当点 P 在直线 AB 上方时, 过点 P 作 $PE \perp x$ 轴于点 E , 与直线 AB 交于点 D , 设点 P 的横坐标为 m .
 - ① m 为何值时线段 PD 的长度最大, 并求出最大值;
 - ② 是否存在点 P , 使得 $\triangle BPD$ 与 $\triangle AOC$ 相似. 若存在, 请求出点 P 坐标; 若不存在, 请说明理由.