

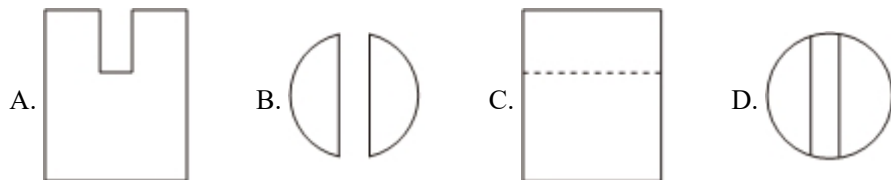
2024-2025 学年安徽省宿州九中九年级（上）期末数学试卷

一、选择题：本题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知二次函数 $y = \square x^2 + x + 3$ 的开口向上，则 $\square$ 可能是()

- A. $2x^2$ B. $-2\sqrt{2}$ C. $3x$ D. 5

2. 如图所示的几何体，它的三视图不正确的是()



3. 在 $Rt \triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AB = 13$ ， $AC = 5$ ，则 $\sin A$ 的值为()

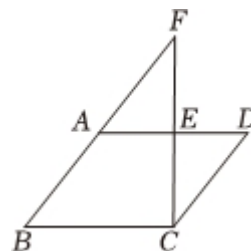
- A. $\frac{5}{13}$ B. $\frac{12}{13}$ C. $\frac{5}{12}$ D. $\frac{12}{5}$

4. 将抛物线 $y = x^2$ 向左平移 2 个单位长度，再向上平移 3 个单位长度，所得抛物线的表达式为()

- A. $y = (x + 2)^2 + 3$ B. $y = (x + 2)^2 - 3$ C. $y = (x - 2)^2 + 3$ D. $y = (x - 2)^2 - 3$

5. 如图，已知点 E 是平行四边形 $ABCD$ 边 AD 上一点， CE 、 BA 延长线交于点 F ，下列结论中错误的是()

- A. $\frac{AF}{AB} = \frac{EF}{EC}$ B. $\frac{AE}{DE} = \frac{AF}{CD}$ C. $\frac{DE}{BC} = \frac{EC}{FC}$ D. $\frac{AE}{AD} = \frac{AF}{AB}$

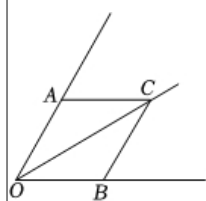


6. 若点 $A(-4, y_1)$ ， $B(1, y_2)$ ， $C(3, -3)$ 都在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上，则 y_1 ， y_2 与 -3 的大小关系是()

- A. $y_1 < y_2 < -3$ B. $y_1 < -3 < y_2$ C. $y_2 < -3 < y_1$ D. $-3 < y_1 < y_2$

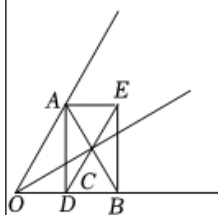
7. 在下列方案中，能够得到 OC 是 $\angle AOB$ 的平分线的是()

方案 I：



取 $OA = OB$ ，以 A ， B 为顶点作平行四边形 $OACB$ ，连接 OC 。

方案 II：



取 $OA = OB$ ，以 A ， B 为顶点作矩形 $ADBE$ ，连接 AB ， DE 交于点 C ，连接 OC 。

- A. 方案 I 可行，方案 II 不可行 B. 方案 I、II 都可行
C. 方案 I 不可行，方案 II 可行 D. 方案 I、II 都不可行

8. 小明在科普读物中了解到：每种介质都有自己的折射率，当光从空气射入该介质时，折射率为入射角正弦值与折射角正弦值之比，即折射率 $n = \frac{\sin i}{\sin r}$ (i 为入射角， r 为折射角). 如图，一束光从空气射向横截面为直角三角形

的玻璃透镜斜面，经折射后沿垂直 AC 边的方向射出，已知 $i = 30^\circ$ ， $AB = 15\text{cm}$ ， $BC = 5\text{cm}$ ，则该玻璃透镜的折射率 n 为()

- A. 1.8 B. 1.6 C. 1.5 D. 1.4

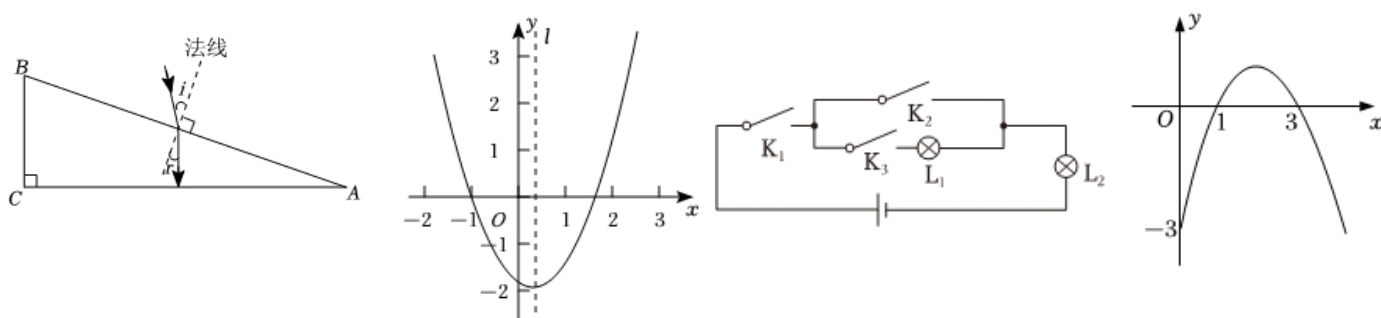
9. 有一题目：“若 $\sqrt{(k-1)^2} = 1-k$ ，判断关于 x 的方程 $x^2 - (2k-2)x + k^2 - 1 = 0$ 的根的情况。”

嘉嘉答：“有两个不相等的实数根。”淇淇答：“有两个相等的实数根。”则正确的是()

- A. 只有嘉嘉答的对 B. 只有淇淇答的对
C. 嘉嘉和淇淇的答案合在一起才完整 D. 嘉嘉和淇淇的答案合在一起也不完整

10. 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过点 $(-1, 0)$ ， l 是其对称轴，则下列结论：① $abc > 0$ ；② $a - b + c = 0$ ；③ $a + b > 0$ ；④ $a + 2c < 0$ ；其中正确结论的个数为()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4



二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

11. 已知 $Rt \triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ， $\tan A = \frac{4}{3}$ ， $BC = 4$ ，则 AC 等于_____。

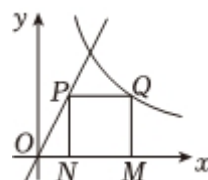
12. 某一物理实验的电路图如图质示，其中 K_1 ， K_2 ， K_3 为电路开关， L_1 、 L_2 为能正常发光的灯泡.任意闭合开关 K_1 ， K_2 ， K_3 中的两个，那么能让灯泡 L_1 发光的概率为_____。

13. 若二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a 、 b 、 c 为常数)的图象如图所示，则关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + c < 0$ 的解集为_____。

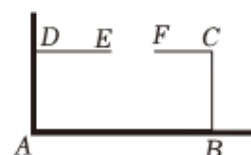
14. 如图，在平面直角坐标系中，正方形 $PQMN$ 的顶点 P 在直线 $y = 2x$ 上.顶点 Q 在函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0, x > 0$) 的图象上， M 、 N 两点在 x 轴上.若点 Q 的横坐标为 $3\sqrt{3}$ ，则 $MN =$ ____， k 的值为_____。

三、解答题：本题共 9 小题，共 90 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

15. (本小题 8 分)计算：(1) $\sin 60^\circ + \cos 30^\circ - \tan 60^\circ$ ； (2) $\sqrt{18} - 2\sin 45^\circ + 2\cos 60^\circ - \tan 45^\circ$ 。

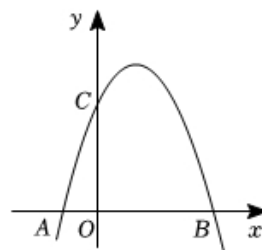


16. (本小题 8 分)如图，某小区计划用 18m 的铁栅栏，再借助两面外墙(墙足够长)围成一个矩形车棚 $ABCD$ ，为了方便存车，在 CD ($CD > 2$) 边上开了一个 2m 宽的门(建在 EF 处，另用其他材料).当车棚的长和宽分别为多少米时，能围成一个面积为 96m^2 的车棚？



17.(本小题 8 分)如图, 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 经过点 $A(-1,0)$, $B(3,0)$, 与 y 轴交于点 C . (1)求抛物线的函数表达式及 C 点坐标;

(2)点 $D(m,3)$ 是抛物线上一点, 且当 $x \geq m$ 时, y 的最大值为 3, 求 m 的值.



18. (本小题 8 分)安全问题一直以来都是大家特别关注的问题, 为了进一步增强中学生的安全意识, 珍惜自己的生命, 提高自我保护能力, 某校开展了以“安全”为主题的英语演讲比赛, 参加此次比赛的晶晶和叶叶都想第一个出场, 主持人拿出了五张背面完全相同的卡片, 卡片正面分别写上 -2 、 -1 、 0 、 1 、 2 , 将卡片背面朝上洗匀后, 晶晶先从中随机抽取一张, 不放回, 叶叶再从剩下的 4 张卡片中随机抽取一张, 若两人所抽取的卡片上数字之积为负数, 则晶晶第一个出场; 否则, 叶叶第一个出场.

(1)晶晶抽到的卡片正面上的数字为 0 的概率为_____;

(2)请用列表法或画树状图的方法判断, 这种安排对晶晶和叶叶是否公平.

19. (本小题 10 分)下表是小明进行数学学科项目式学习的记录表, 填写活动报告的内容.

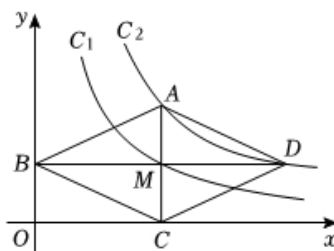
项目主题	测量立柱的高度		
测量工具	测量角度的仪器, 皮尺等		
测量示意图			
测量说明	太阳光线照射在立柱 AB (与水平地面 BF 垂直)上, 其影子的一部分落在地面 BC 上, 另一部分落在斜坡 CE 上, 且 $CD \perp AD$.		
测量数据	BC 的长	CD 的长	斜坡的坡角 $\angle ECF$ 的度数
	$2m$	$8.5m$	32°

请你借助小明的测量数据, 求立柱 AB 的高度.(结果精确到 $0.1m$, 参考数据: $\sin 32^\circ \approx 0.53$, $\cos 32^\circ \approx 0.85$, $\tan 32^\circ \approx 0.62$)

20. (本小题 10 分)如图, M 是四边形 $ABCD$ 对角线的交点, $AC \perp x$ 轴于点 C , $BD \perp y$ 轴于点 B . 反比例函数 $C_1: y = \frac{2}{x}$ 的图象经过点 M , M 是 AC 的中点.

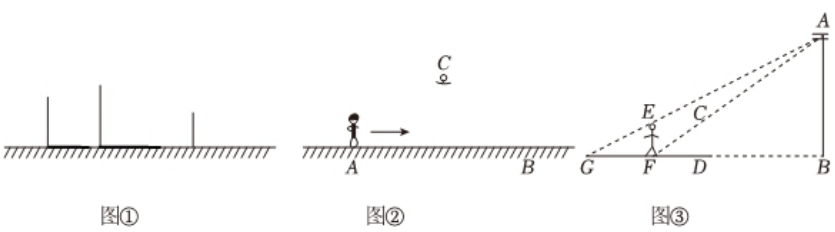
(1)求经过点 A 的反比例函数 C_2 的表达式;

(2)若点 D 恰好也在图象 C_2 上, 证明: 四边形 $ABCD$ 是菱形.

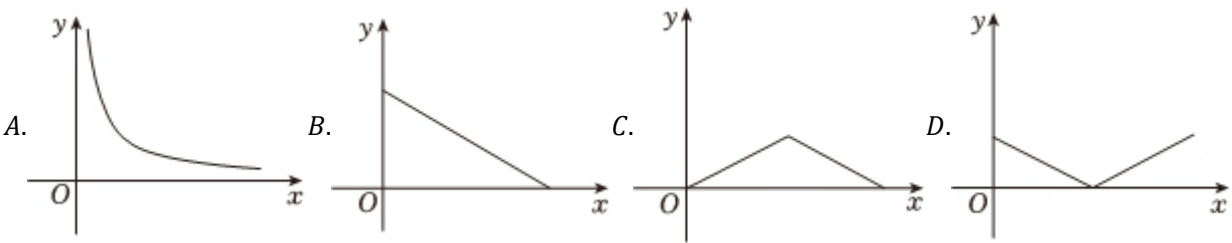


21. (本小题 12 分)通常，路灯、台灯、手电筒……的光可以看成是从一个点发出的，在点光源的照射下，物体所产生的影称为中心投影。

【画图操作】如图①，三根底部在同一直线上的旗杆直立在地面上，第一根、第二根旗杆在同一灯光下的影长如图所示.请在图中画出光源的位置及第三根旗杆在该灯光下的影长(不写画法)；



【数学思考】如图②，夜晚，小明从点 A 经过路灯 C 的正下方沿直线走到点 B ，他的影长 y 随他与点 A 之间的距离 x 的变化而变化，那么表示 y 与 x 之间函数关系的图象大致为_____；



【解决问题】如图③，河对岸有一灯杆 AB ，在灯光下，小明在点 D 处测得自己的影长 $DF = 3m$ ，沿 BD 方向前进到达点 F 处测得自己的影长 $FG = 4m$.已知小明的身高为 $1.6m$ ，求灯杆 AB 的高度.

22. (本小题 12 分)

电商平台销售一种 T 恤衫，每件进价为 100 元.经市场调查发现：每周销售量 y (件)与销售单价 x (元/件)满足一次函数关系(其中 x 为整数，且 $100 \leq x \leq 150$).部分数据如下表所示：

销售单价 x (元/件)	120	130	135
销售量 y (件)	80	60	50

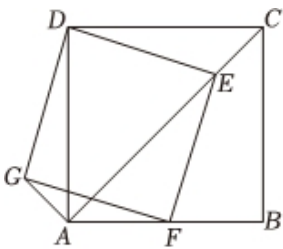
根据以上信息，解答下列问题：

- 求 y 与 x 的函数关系式；
- 求每周销售这种 T 恤衫获得的利润 W (元)的最大值；
- 电商平台希望每周获得 1000 元的利润，且尽可能让利于顾客，请计算销售单价应定为多少元？

23. (本小题 14 分)

如图，正方形 $ABCD$ 中， $AB = 2\sqrt{2}$ ，点 E 是对角线 AC 上的一点.连接 DE ，过点 E 作 $EF \perp ED$ ，交 AB 于点 F ，以 DE 、 EF 为邻边作矩形 $DEFG$ ，连接 AC .

- 若 E 点为对角线 AC 的中点，则 $DE =$ _____；
- 求证：矩形 $DEFG$ 是正方形；
- 求 $AG + AE$ 的值.



答案和解析

1. 【答案】D

【解析】解：设“□”为 a ，

∵二次函数的图象开口向上，

∴ a 为大于0的实数，

则D选项符合题意，

故选：D.

二次项系数决定了开口方向，大于零开口向上，小于零开口向下.

本题考查了二次函数的性质，掌握其性质是解题的关键.

2. 【答案】B

【解析】解：选项A是主视图，选项C是左视图，选项D是俯视图，选项B不是它的三视图.

故选：B.

根据三视图的定义解答即可.

此题主要考查了简单几何体的三视图，正确把握观察的角度是解题关键.

3. 【答案】B

【解析】【分析】

本题考查的知识点是锐角三角比的定义，勾股定理，首先根据勾股定理得到BC的值，再根据锐角三角比的定义，即可得到 $\sin A$ 的值.

【解答】

解：在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AB = 13$ ， $AC = 5$ ，

∴由勾股定理，得 $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = 12$ ，

∴ $\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{12}{13}$ ，

故选B.

4. 【答案】A

【解析】解：抛物线 $y = x^2$ 的顶点坐标为(0,0)，把点(0,0)向左平移1个单位，再向上平移3个单位长度所得对应点的坐标为(-2,3)，所以平移后的抛物线解析式为 $y = (x + 2)^2 + 3$.

故选：A.

先确定抛物线 $y = x^2$ 的顶点坐标为(0,0)，再根据点平移的规律得到点(0,0)平移后所得对应点的坐标为(-2, -3)，然后根据顶点式写出平移后的抛物线解析式.

本题考查了二次函数图象与几何变换：由于抛物线平移后的形状不变，故 a 不变，所以求平移后的抛物线解析

式通常可利用两种方法：一是求出原抛物线上任意两点平移后的坐标，利用待定系数法求出解析式；二是只考虑平移后的顶点坐标，即可求出解析式。

5. 【答案】A

【解析】解：A、 $\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形，

$\therefore AD \parallel BC, AB \parallel CD, \angle B = \angle D$,

由 $AE \parallel BC$ ，得 $\frac{AF}{AB} = \frac{FE}{FC}$ ，说法错误，故符合题意；

B、由 $BF \parallel CD$ ，得 $\triangle AEF \sim \triangle DEC$ ，

$\therefore \frac{AE}{DE} = \frac{AF}{CD}$ ，说法正确，故不符合题意；

C、 $\because CD \parallel BF$ ，

$\therefore \angle BFC = \angle DCE$ ，

又 $\because \angle B = \angle D$ ，

$\therefore \triangle DCE \sim \triangle BFC$ ，

$\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{EC}{CF}$ ，说法正确，故不符合题意；

$\because CD \parallel BF$ ，

$\therefore \angle BFC = \angle DCE$ ，

又 $\because \angle B = \angle D$ ，

$\therefore \triangle DCE \sim \triangle BFC$ ，

$\therefore \frac{AE}{AD} = \frac{AF}{AB}$ ，说法正确，不符合题意。

故选：A。

利用平行线的性质和相似三角形的性质逐项判断即可。

本题主要考查平行四边形的性质、平行线的性质、相似三角形的判定与性质，熟记“ A ”字模型和“ 8 ”字模型相似三角形是解题关键。

6. 【答案】C

【解析】解： $\because C(3, -3)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上，

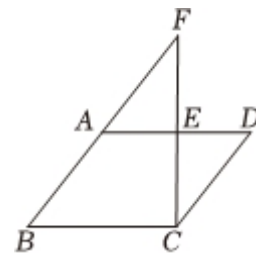
$\therefore k = 3 \times (-3) = -9$ ，

$\therefore y = -\frac{9}{x}$ ，

$\because$ 点 $A(-4, y_1)$ ， $B(1, y_2)$ ， $C(3, -3)$ 都在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上，

$\therefore y_1 = -\frac{9}{-4} = \frac{9}{4}$ ， $y_2 = -\frac{9}{1} = -9$ ，

$\therefore y_2 < -3 < y_1$ ，



故选：C.

利用待定系数法求得反比例函数的解析式，分别把A、B点坐标分别代入反比例函数解析式，求出 y_1 、 y_2 的值，即可得到结论.

本题考查了反比例函数图象上点的特征. 熟练掌握该知识点是关键.

7. 【答案】B

【解析】解：方案Ⅰ，

证明： $\because$ 四边形AOBC是平行四边形， $OA = OB$ ，

$\therefore$ 四边形AOBC是菱形，

$\therefore \angle AOC = \angle BOC$ (菱形的性质)，

$\therefore OC$ 是 $\angle AOB$ 的平分线；

方案Ⅱ，

证明： $\because$ 矩形ADBE，

$\therefore AC = BC$ (矩形的性质)，

$\because OA = OB$ ， $OC = OC$ ，

$\therefore \triangle AOC \cong \triangle BOC$ (SSS)，

$\therefore \angle AOC = \angle BOC$ ，

$\therefore OC$ 是 $\angle AOB$ 的平分线；

故选：B.

根据菱形的性质和矩形的性质证明即可.

本题考查了菱形和矩形的性质，解题的关键是正确推理.

8. 【答案】C

【解析】解： $\because$ 折射光线沿垂直AC边的方向射出，

$\therefore \beta + \angle A = 90^\circ$.

$\because$ 法线垂直于AB，

$\therefore r + \beta = 90^\circ$.

$\therefore r = \angle A$.

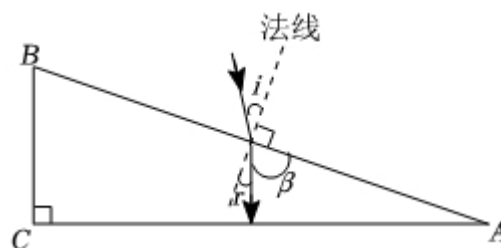
$$\therefore \sin r = \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{3}.$$

$$n = \frac{\sin i}{\sin r}$$

$$= \frac{\sin 30^\circ}{\sin A}$$

$$= \frac{1}{2} \div \frac{1}{3}$$

$$= 1.5.$$



故选：C.

先利用互余关系说明 $\angle A = r$ ，再利用直角三角形的边角间关系求出 $\angle A$ 的正弦值，最后利用折射率公式得结论.
本题考查了解直角三角形的应用，掌握直角三角形的边角间关系、计算折射率的公式及“同角的余角相等”等知识点是解决本题的关键.

9. 【答案】C

【解析】解：由题知，

$$\text{因为 } \sqrt{(k-1)^2} = 1-k,$$

$$\text{所以 } k-1 \leq 0,$$

$$\text{解得 } k \leq 1.$$

$$\text{因为关于 } x \text{ 的方程为 } x^2 - (2k-2)x + k^2 - 1 = 0,$$

$$\text{则 } \Delta = [-(2k-2)]^2 - 4(k^2 - 1) = -8k^2 + 8,$$

$$\text{又因为 } k \leq 1,$$

$$\text{所以 } -8k + 8 \geq 0,$$

则此方程有两个实数根，

显然只有 C 选项符合题意.

故选：C.

根据题意，先求出 k 的取值范围，再利用一元二次方程根的判别式即可解决问题.

本题主要考查了二次根式的性质与化简及根的判别式，熟知一元二次方程根的判别式是解题的关键.

10. 【答案】C

【解析】解： $\because$ 抛物线开口向上，

$$\therefore a > 0,$$

$\because$ 抛物线对称轴在 y 轴右侧，

$$\therefore b < 0,$$

$\because$ 抛物线与 y 轴交点在 x 轴下方，

$$\therefore c < 0,$$

$$\therefore abc > 0, \text{ ①正确.}$$

$$\because x = -1 \text{ 时, } y = a - b + c = 0,$$

$$\therefore \text{②正确.}$$

$$\because \text{抛物线对称轴为直线 } x = -\frac{b}{2a},$$

$$\therefore 0 < -\frac{b}{2a} < 1,$$

$$\therefore b > -2a, \text{ 即 } 2a + b > 0,$$

$$\therefore b > -2a,$$

$$\therefore 2a + b > 0,$$

③错误.

由图象得 $x = 1$ 时, $y = a + b + c < 0$,

$$\therefore a - b + c = 0,$$

$$\therefore 2a + 2c < 0,$$

$$\therefore a > 0,$$

$$\therefore a + 2c < 2a + 2c < 0, \text{ ④正确.}$$

故选: C.

由抛物线开口方向, 对称轴位置, 抛物线与 y 轴交点位置可判断①, 由 $x = -1$ 时 $y = 0$ 可判断②, 由抛物线对称轴的位置可判断③, 由 $a - b + c = 0$, $a + b + c < 0$, 可判断④.

本题考查二次函数图象与系数的关系, 解题关键是掌握二次函数的性质, 掌握二次函数与方程及不等式的关系.

11. 【答案】5

【解析】解: 在 $Rt \triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $\tan A = \frac{4}{3}$,

$$\therefore \tan A = \frac{BC}{AB} = \frac{4}{3},$$

$$\therefore BC = 4,$$

$$\therefore AB = 3,$$

$$\text{由勾股定理得 } AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

故答案为: 5.

根据正切的定义即可求出 AB 的长, 再根据勾股定理求出 AC 的长即可.

本题考查了勾股定理, 锐角三角函数的定义, 正确计算是解题的关键.

12. 【答案】 $\frac{1}{3}$

【解析】解: 由电路图可知, 闭合开关 K_1 和 K_3 , 能让灯泡 L_1 发光,

列表如下:

	K_1	K_2	K_3
K_1		(K_1, K_2)	(K_1, K_3)
K_2	(K_2, K_1)		(K_2, K_3)
K_3	(K_3, K_1)	(K_3, K_2)	

共有 6 种等可能的结果, 其中能让灯泡 L_1 发光的结果有 2 种, 即 (K_1, K_3) , (K_3, K_1) ,

$$\therefore \text{能让灯泡 } L_1 \text{ 发光的概率为 } \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

故答案为： $\frac{1}{3}$.

列表得出共有 6 种等可能的结果，其中能让灯泡 L_1 发光的结果有 2 种，再利用概率公式可得出答案.

本题考查的是用列表法求概率. 列表法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，适合于两步完成的事件. 用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

13. 【答案】 $x < 1$ 或 $x > 3$

【解析】解：由函数图象可知，

当 $x < 1$ 或 $x > 3$ 时，

二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象在 x 轴的下方，

所以关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + c < 0$ 的解集为： $x < 1$ 或 $x > 3$.

故答案为： $x < 1$ 或 $x > 3$.

利用数形结合的数学思想即可解决问题.

本题考查二次函数与不等式(组)，数形结合思想的巧妙运用是解题的关键.

14. 【答案】 $2\sqrt{3}$

18

【解析】解： $\because$ 点 Q 的横坐标为 $3\sqrt{3}$

$\therefore M(3\sqrt{3}, 0)$,

$\therefore OM = 3\sqrt{3}$,

$\because$ 直线 $y = 2x$,

$\therefore \frac{ON}{PN} = \frac{1}{2}$,

$\because$ 四边形 $MNPQ$ 是正方形，

$\therefore \frac{ON}{OM} = \frac{1}{3}$,

$\therefore ON = 3OM = \sqrt{3}$,

$\therefore MN = MQ = 2\sqrt{3}$,

$\therefore Q(3\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$,

$\because$ 点 Q 在反比例函数图象上，

$\therefore k = 3\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = 18$.

故答案为： $2\sqrt{3}$, 18.

根据题意可知 Q 点横坐标，利用直线 $y = 2x$ 解析式得到 $\frac{ON}{PN} = \frac{1}{2}$ ，依据正方形性质推出 $MN = MQ = 2\sqrt{3}$ ，根据点 Q 的坐标求出 k 值即可.

本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征，利用直线解析式求出正方形边长是关键.

15.【答案】0;

$$2\sqrt{2}$$

【解析】(1) $\sin 60^\circ + \cos 30^\circ - \tan 60^\circ$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3}$$

$$= 0;$$

(2) $\sqrt{18} - 2\sin 45^\circ + 2\cos 60^\circ - \tan 45^\circ$

$$= 3\sqrt{2} - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 2 \times \frac{1}{2} - 1$$

$$= 3\sqrt{2} - \sqrt{2} + 1 - 1$$

$$= 2\sqrt{2}.$$

(1)把特殊角的三角函数值代入计算即可;

(2)把特殊角的三角函数值代入计算,得到答案.

本题考查的是特殊角的三角函数值,熟记特殊角的三角函数值是解题的关键.

16.【答案】当车棚的长为12米,宽为8米时,能围成一个面积为 $96m^2$ 的车棚.

【解析】解:设 $AB = x$ 米,则 $BC = (18 + 2 - x)$ 米,

根据题意得: $x(18 + 2 - x) = 96$,

整理得: $x^2 - 20x + 96 = 0$,

解得: $x_1 = 8, x_2 = 12$,

当 $x = 8$ 时, $18 + 2 - x = 18 + 2 - 8 = 12$ (米);

当 $x = 12$ 时, $18 + 2 - x = 18 + 2 - 12 = 8$ (米).

答:当车棚的长为12米,宽为8米时,能围成一个面积为 $96m^2$ 的车棚.

设 $AB = x$ 米,则 $BC = (18 + 2 - x)$ 米,根据围成车棚的面积为 $96m^2$,可列出关于 x 的一元二次方程,解之即可得出结论.

本题考查了一元二次方程的应用,找准等量关系,正确列出一元二次方程是解题的关键.

17.【答案】 $y = -x^2 + 2x + 3$; 点 C 的坐标为(0,3);

$$m = 2$$

【解析】(1)将 A, B 两点坐标代入函数解析式得: $\begin{cases} -1 - b + c = 0 \\ -9 + 3b + c = 0 \end{cases}$,

$$\text{解得} \begin{cases} b = 2 \\ c = 3 \end{cases},$$

所以抛物线的表达式为 $y = -x^2 + 2x + 3$;

令 $x = 0$ 得, $y = 3$,

所以点 C 的坐标为(0,3);

(2)将 $y = 3$ 代入函数解析式得: $-x^2 + 2x + 3 = 3$,

解得 $x_1 = 0, x_2 = 2$,

即 $m = 0$ 或 2 .

又因为当 $x \geq m$ 时, y 的最大值为 3 ,

且抛物线的顶点坐标为 $(1,4)$,

所以 $m = 2$.

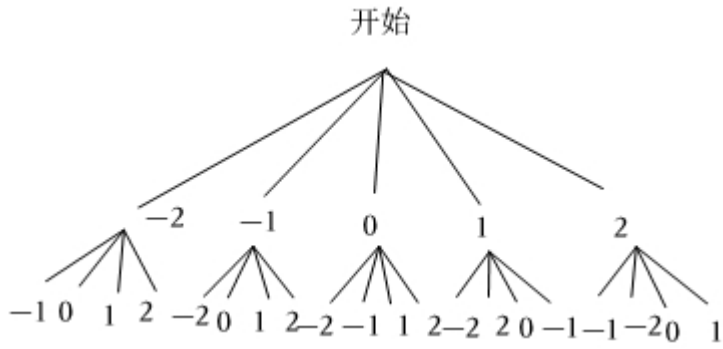
(1)用待定系数法即可解决问题.

(2)根据 $x \geq m$ 时, y 的最大值为 3 , 可确定 m 的值.

本题考查了待定系数法求函数解析式, 二次函数图象上点的坐标特征, 熟知二次函数的图象和性质是解题的关键.

18. 【答案】(1) $\frac{1}{5}$;

(2)画树状图如图,



共有 20 种可能出现的结果, 其中两人所抽取的卡片上数字之积为负数的结果有 8 种, 两人所抽取的卡片上数字之积为正数和 0 的结果有 12 种,

$\therefore P_{\text{晶晶}} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}, P_{\text{叶叶}} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5},$

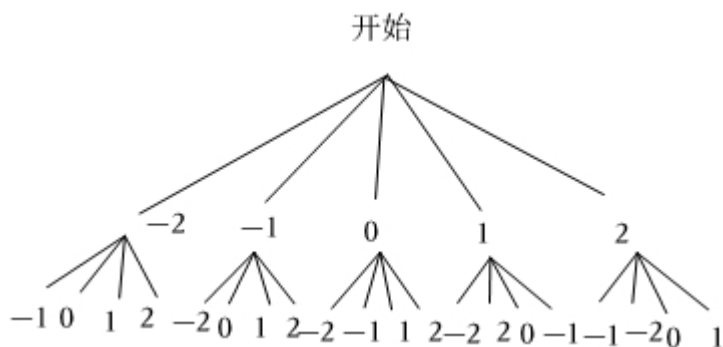
$\because P_{\text{晶晶}} < P_{\text{叶叶}},$

$\therefore$ 这种安排对晶晶和叶叶不公平.

【解析】解: (1)从中任意抽取一张卡片, 则所抽卡片正面上的数字为 0 的概率是 $\frac{1}{5}$,

故答案为: $\frac{1}{5}$;

(2)画树状图如图,



共有 20 种可能出现的结果，其中两人所抽取的卡片上数字之积为负数的结果有 8 种，两人所抽取的卡片上数字之积为正数和 0 的结果有 12 种，

$$\therefore P_{\text{晶晶}} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}, P_{\text{叶叶}} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore P_{\text{晶晶}} < P_{\text{叶叶}},$$

$\therefore$ 这种安排对晶晶和叶叶不公平.

(1) 直接由概率公式求解即可；

(2) 画树状图，共有 20 种可能出现的结果，分别求出晶晶和叶叶第一个出场的概率，比较即可得到结论；

本题考查了树状图法求概率，正确画出树状图是解题的关键.

19. 【答案】 19.2m.

【解析】解：如图，过点 D 作 $DG \perp AB$ 于 G ， $DH \perp BF$ 于 H ，

则四边形 $GBHD$ 为矩形，

$$\therefore GD = BH, BG = DH,$$

在 $Rt \triangle DCH$ 中， $CD = 8.5m$ ， $\angle DCH = 32^\circ$ ，

$$\text{则 } DH = CD \cdot \sin \angle DCH \approx 8.5 \times 0.53 \approx 4.51(m), CH = CD \cdot \cos \angle DCH \approx 8.5 \times 0.85 \approx 7.23(m),$$

$$\therefore BH = BC + CH = 2 + 7.23 = 9.23(m),$$

$$\therefore DG \parallel BH,$$

$$\therefore \angle GDC = \angle DCH = 32^\circ,$$

$$\therefore AD \perp CD,$$

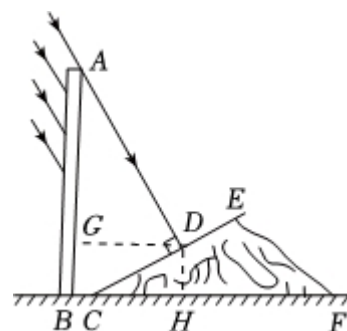
$$\therefore \angle GAD = \angle GDC = 32^\circ,$$

$$\therefore AG = \frac{DG}{\tan \angle GAD} \approx \frac{9.23}{0.62} \approx 14.65(m),$$

$$\therefore AB = AG + GB = 14.65 + 4.51 \approx 19.2(m),$$

答：立柱 AB 的高度约为 19.2m.

过点 D 作 $DG \perp AB$ 于 G ， $DH \perp BF$ 于 H ，根据正弦的定义求出 DH ，根据余弦的定义求出 CH ，进而求出 BH ，



根据正切的定义求出 AG ，进而求出 AB 。

本题考查的是解直角三角形的应用-坡度坡角问题，熟记锐角三角函数的定义是解题的关键。

20. 【答案】 $y = \frac{4}{x}$;

设点 M 的坐标为 (a, b) ,

$\because BD \perp y$ 轴,

$\therefore$ 点 D 的纵坐标与点 M 的纵坐标相同,

$\because$ 点 D 在 $y = \frac{4}{x}$ 上,

$$\therefore xb = 4, \text{ 即 } x = \frac{4}{b}.$$

$\therefore$ 点 D 的坐标为 $(\frac{4}{b}, b)$,

由 知 $A(a, 2b)$, $ab = 2$, 即 $a = \frac{2}{b}$,

$\therefore$ 点 M 的坐标为 $(\frac{2}{b}, b)$,

$$\therefore BM = DM = \frac{2}{b},$$

$\because M$ 是 AC 的中点,

$$\therefore AM = CM;$$

$\because AC \perp x$ 轴, $BD \perp y$ 轴,

$\therefore AC \parallel y$ 轴, $BD \parallel x$ 轴,

即 $AC \perp BD$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形

【解析】(1)解: 设点 M 的坐标为 (a, b) ,

$\because$ 点 M 在反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 上,

$$\therefore ab = 2,$$

$\because AC \perp x$ 轴, M 是 AC 的中点,

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(a, 2b)$,

设经过点 A 的反比例函数 C_2 的表达式为 $y = \frac{k}{x}$,

$$\text{把 } A(a, 2b) \text{ 代入可得 } 2b = \frac{k}{a},$$

$$\text{即 } k = 2ab,$$

$$\text{又 } \because ab = 2,$$

$$\therefore k = 4,$$

则反比例函数 C_2 的表达式为 $y = \frac{4}{x}$;

(2)证明: 设点 M 的坐标为 (a, b) ,

$\because BD \perp y$ 轴,

$\therefore$ 点 D 的纵坐标与点 M 的纵坐标相同,

$\because$ 点 D 在图象 $C_2 y = \frac{4}{x}$ 上,

$\therefore xb = 4$, 即 $x = \frac{4}{b}$.

$\therefore$ 点 D 的坐标为 $(\frac{4}{b}, b)$,

由(1)知 $A(a, 2b)$, $ab = 2$, 即 $a = \frac{2}{b}$,

$\therefore$ 点 M 的坐标为 $(\frac{2}{b}, b)$,

$\therefore BM = DM = \frac{2}{b}$,

$\because M$ 是 AC 的中点,

$\therefore AM = CM$;

$\because AC \perp x$ 轴, $BD \perp y$ 轴,

$\therefore AC \parallel y$ 轴, $BD \parallel x$ 轴,

即 $AC \perp BD$,

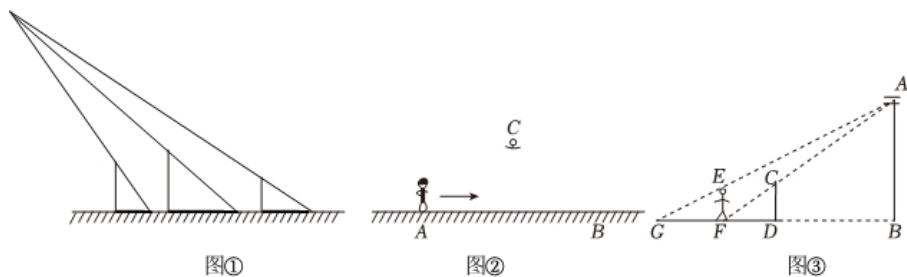
$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形.

(1)设点 M 的坐标为 (a, b) , 根据点 M 在反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 上, 求出 AB , 根据 $AC \perp x$ 轴, M 是 AC 的中点, 求出点 A 的坐标, 设经过点 A 的反比例函数 C_2 的表达式为 $y = \frac{k}{x}$, 代入点 A 的坐标即可解答;

(2)根据题意证明 AC 与 BD 互相垂直平分即可得证.

本题将反比例函数与四边形的性质结合, 解题关键是利用反比例函数的性质和中点坐标求出相关点的坐标关系, 再结合菱形的判定定理进行证明, 考查了知识的综合运用能力.

21. 【答案】解: 【画图操作】光源的位置及第三根旗杆在该灯光下的影长如图①所示;



【数学思考】 D ;

【解决问题】 $\because CD \parallel EF \parallel AB$,

$$\therefore \triangle CDF \sim \triangle ABF, \triangle ABG \sim \triangle EFG,$$

$$\therefore \frac{CD}{AB} = \frac{DF}{BF}, \frac{EF}{AB} = \frac{GF}{BG},$$

$$\text{又} \because CD = EF,$$

$$\therefore \frac{DF}{BF} = \frac{GF}{BG},$$

$$\because DF = 3m, FG = 4m, BF = BD + DF = (BD + 3)(m), BG = BD + DF + FG = (BD + 7)(m),$$

$$\therefore \frac{3}{BD+3} = \frac{4}{BD+7},$$

$$\therefore BD = 9m, BF = 9 + 3 = 12m,$$

$$\therefore \frac{1.6}{AB} = \frac{3}{12},$$

$$\text{解得: } AB = 6.4m;$$

$$\therefore \text{灯杆 } AB \text{ 的高度为 } 6.4m.$$

【解析】解：【画图操作】见答案；

【数学思考】如图②所示，等高的物体垂直地面时，在灯光下，离点光源近的物体它的影子短，离点光源远的物体它的影子长，所以小明的影长从 A 到 B 的变化是先越来越短再越来越长；

故答案为：D；

【解决问题】见答案.

【画图操作】根据中心投影，直接画图即可；

【数学思考】等高的物体垂直地面时，在灯光下，离点光源近的物体它的影子短，离点光源远的物体它的影子长，据此逐项判断即可.

【解决问题】根据相似三角形的性质即可解答.

本题考查了中心投影，相似三角形的应用等，把实际问题抽象到相似三角形中，利用相似三角形的性质：对应边成比例就可以求出结果.

$$22. \text{【答案】 } y = -2x + 320 (100 \leq x \leq 150);$$

$$W \text{ 最大值} = 1800(\text{元});$$

$$\text{销售单价 } x \text{ 的范围是: } 110 \leq x \leq 150$$

【解析】(1) 设 y 与 x 的函数关系式为 $y = kx + b (k \neq 0)$ ，把 $(120, 80)$ 和 $(130, 60)$ 分别代入，

$$\text{得} \begin{cases} 120k + b = 80 \\ 130k + b = 60 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = -2 \\ b = 320 \end{cases},$$

$$\therefore y = -2x + 320 (100 \leq x \leq 150);$$

$$(2) \text{依题意, } W = y(x - 100) = (-2x + 320)(x - 100) = -2x^2 + 520x - 32000,$$

$$\because -2 < 0,$$

$$\therefore x = -\frac{520}{2 \times (-2)} = 130 \text{ 时, } W \text{ 有最大值,}$$

$$W \text{ 最大值} = -2 \times 130^2 + 520 \times 130 - 32000 = 1800 \text{ (元);}$$

$$(3) \text{依题意, 当 } W = 1000 \text{ 时, } -2x^2 + 520x - 32000 = 1000,$$

$$\text{解得 } x_1 = 110, x_2 = 150,$$

$$\therefore 100 \leq x \leq 150,$$

$\therefore$ 电商平台希望每周获得不低于 1000 元利润, 销售单价 x 的范围是: $110 \leq x \leq 150$.

(1) 设 y 与 x 的函数关系式为 $y = kx + b (k \neq 0)$, 用待定系数法求解即可;

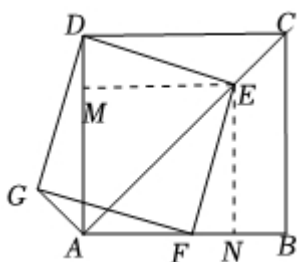
(2) 根据利润 W 元等于单个利润乘以销售量, 可列出 W 关于 x 的二次函数, 根据二次函数的性质可得答案;

(3) 若获得等于 1000 元周利润, 则 $-2x^2 + 520x - 32000 = 1000$, 解方程并根据二次函数的性质及二次函数与一元二次方程的关系可得答案.

本题考查了一次函数及二次函数在销售问题中的应用, 理清题中的数量关系并熟练掌握二次函数的性质是解题的关键.

23. 【答案】2;

如图, 作 $EM \perp AD$ 于 M , $EN \perp AB$ 于 N .



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore \angle EAD = \angle EAB,$$

$\because EM \perp AD$ 于 M , $EN \perp AB$ 于 N ,

$$\therefore EM = EN,$$

$$\because \angle EMA = \angle ENA = \angle DAB = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $ANEM$ 是矩形,

$$\because EF \perp DE,$$

$$\therefore \angle MEN = \angle DEF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DEM = \angle FEN,$$

$$\because \angle EMD = \angle ENF = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle EMD \cong \triangle ENF (ASA),$$

$$\therefore ED = EF,$$

$\therefore$ 四边形 $DEFG$ 是矩形,

∴ 四边形 $DEFG$ 是正方形;

4

【解析】(1)解: 若 E 点为对角线 AC 的中点,

∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

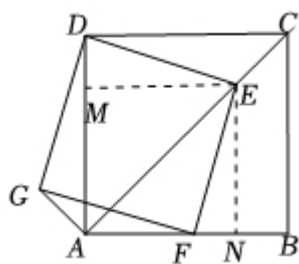
∴ $DE \perp AC$,

∵ $AB = 2\sqrt{2}$,

∴ $DE = \frac{\sqrt{2}}{2}AB = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 2\sqrt{2} = 2$,

故答案为: 2;

(2)证明: 如图, 作 $EM \perp AD$ 于 M , $EN \perp AB$ 于 N .



∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

∴ $\angle EAD = \angle EAB$,

∵ $EM \perp AD$ 于 M , $EN \perp AB$ 于 N ,

∴ $EM = EN$,

∵ $\angle EMA = \angle ENA = \angle DAB = 90^\circ$,

∴ 四边形 $ANEM$ 是矩形,

∵ $EF \perp DE$,

∴ $\angle MEN = \angle DEF = 90^\circ$,

∴ $\angle DEM = \angle FEN$,

∵ $\angle EMD = \angle ENF = 90^\circ$,

∴ $\triangle EMD \cong \triangle ENF(ASA)$,

∴ $ED = EF$,

∵ 四边形 $DEFG$ 是矩形,

∴ 四边形 $DEFG$ 是正方形.

(3)解: ∵ 四边形 $DEFG$ 是正方形, 四边形 $ABCD$ 是正方形,

∴ $DG = DE$, $DC = DA = AB = 2\sqrt{2}$, $\angle GDE = \angle ADC = 90^\circ$,

∴ $\angle ADG = \angle CDE$,

∴ $\triangle ADG \cong \triangle CDE(SAS)$,

$$\therefore AG = CE,$$

$$\therefore AE + AG = AE + EC = AC = \sqrt{2}AD = 4.$$

(1)若 E 点为对角线 AC 的中点, 根据正方形的性质得出 $DE \perp AC$, 进而解答即可;

(2)如图, 作 $EM \perp AD$ 于 M , $EN \perp AB$ 于 N . 只要证明 $\triangle EMD \cong \triangle ENF$ 即可解决问题; (3) 只要证明 $\triangle ADG \cong \triangle CDE$, 可得 $AG = EC$ 即可解决问题;

本题是四边形综合题, 考查正方形的性质、全等三角形的判定和性质、矩形的性质和判定、解直角三角形等知识, 解题的关键是学会添加常用辅助线, 构造直角三角形解决问题.